Norwegian Business School

2.A TIDSSERIER

BST 1612 – ANVENDT MAKROØKONOMI MODUL 5

Foreleser: Drago Bergholt

E-post: Drago.Bergholt@bi.no

10. november 2011

INNHOLD

- Gaussian white noise (hvit støy)
- Forventninger
- Lineære differenslikninger og random walk
- Time series operators – the lag operator
- Stasjonaritet
- Autokorrelasjonsfunksjonen

TIDSSERIER

- Tidligere lærte vi at en tidsserie er en samling observasjoner indeksert med tidspunkt for hver observasjon, for eksempel med starttid $t = 1$ og sluttid $t = T$.
- Ofte kan en tidsserie identifiseres ved å beskrive elementet på tidspunkt t. En lineær tidstrend for eksempel, er simpelthen tidspunktet for observasjonen:

  $y_t = t$
- En tidsserie kan også være lik en konstant c:

  $y_t = c$

White noise

- En viktig tidsserie er såkalt Gaussian White noise:

  $y_t = \varepsilon_t$

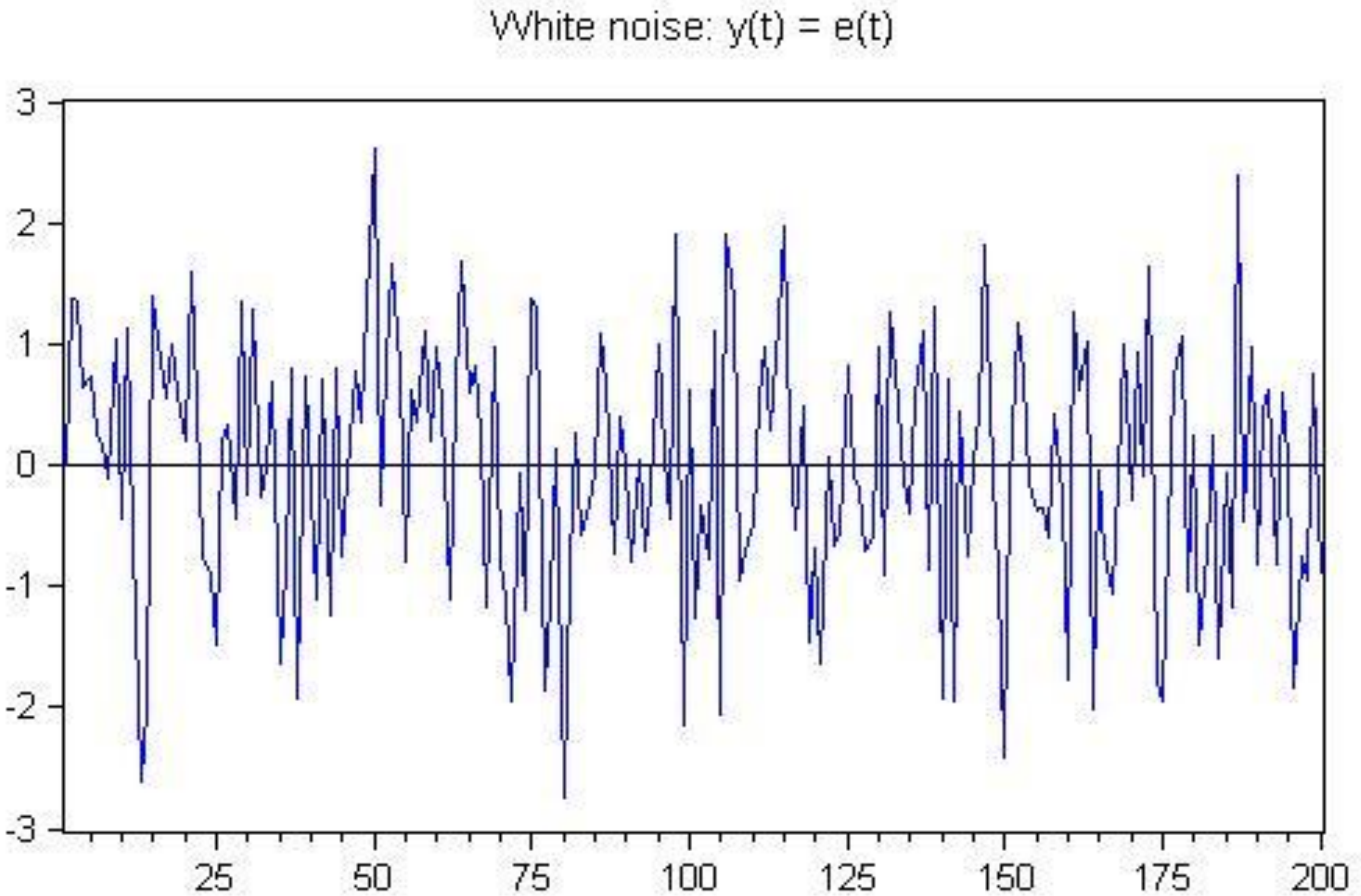
- Støyleddet ε_t tilhører en uendelig lang sekvens av uavhengige, tilfeldige variabler med identisk distribusjon (independently, identically distributed, evt. i.i.d.):

  $\varepsilon_t \sim i.i.d.N(0, \sigma^2)$

- ε_t har gjennomsnitt lik null og varians lik σ^2.
- Tenk deg at vi i hver periode $t = 1,2, \dots, T$ observerer en realisering av en prosess med white noise. En slik sekvens av observasjoner kan simuleres.

White noise

- Eksempel: $y_t = \varepsilon_t$ der $\varepsilon_t \sim i.i.d. N(0,1)$ (200 trekninger)



THE LAG OPERATOR

- En tidsserieoperator transformerer en tidsserie til en annen, for eksempel ved å multiplisere med et tall β:

  $y_t = \beta x_t$

- En lag operator transformerer en tidsserieverdi til verdien i foregående periode, det vil si at:

  $L y_t = y_{t-1}$

- Mer generelt kan en lag operator opphøyes i både positive og negative tall. Følgende egenskaper gjelder:

  $L^k y_t = y_{t-k}$, $L^{-1} y_t = y_{t+1}$, $(1 - L) y_t = y_t - L y_t = y_t - y_{t-1}$

- Skriv om følgende:

  $(L^{-3} + L^2 - 3L + 4) y_t = ?$ $\qquad\qquad$ $y_{t+5} = ?$

THE LAG OPERATOR

- Mer generelt kalles et polynom av en lag operator et polynomlag. For eksempel har vi følgende autoregressive polynom:

$$\phi(L) \equiv \left(1 - \sum_{i=1}^{p} \phi_i L^i\right) y_t = \left(1 - \phi_1 L^1 - \phi_2 L^2 - \ldots - \phi_p L^p\right) y_t$$

$$= \left(1 - \phi_1 L^1 - \phi_2 L^2 - \ldots - \phi_p L^p\right) y_t$$

$$= y_t - \phi_1 y_{t-1} - \phi_2 y_{t-2} - \ldots - \phi_p y_{t-p}$$

- Merk følgende:

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \ldots + \phi_p y_{t-p}$$

$$\Leftrightarrow \quad \left(1 - \sum_{i=1}^{p} \phi_i L^i\right) y_t = 0$$

STASJONARITET

- En tidsserie er strengt stasjonær (strictly stationary) dersom fordelingen ikke avhenger av tid.

- Dersom verken gjennomsnittet μ eller autokovariansen γ avhenger av tid kalles tidsserien y_t ”covariance weakly stationary”. Da er:

$E(y_t) = \mu$ for alle t

$E\big[(y_t - \mu)\big(y_{t-j} - \mu\big)\big] = \sigma_\gamma^2 = \gamma(j)$ for alle t og j

- Hvorvidt en tidsserie er stasjonær er avgjørende for valg av riktig analysemetode.

AUTOKORRELASJONSFUNKSJONEN

- Dersom en prosess er stasjonær kan tidsserieegenskapene oppsummeres ved å plotte kovariansen mellom y_t og y_{t-j} for forskjellige j.
- Dette plottet kalles autokovariansfunksjonen og er gitt som:

$\gamma(j) \equiv Cov(y_t, y_{t-j})$

- Autokovariansen kan standardiseres ved å dele på variansen til y_t, tidligere definert som $\gamma(0)$. Dermed har vi at autokorrelasjonsfunksjonen er:

$\rho(j) \equiv \frac{\gamma(j)}{\gamma(0)}$

- Merk at $\rho(0) = 1$.