Forelesning i konsumentteori

Drago Bergholt (Drago.Bergholt@bi.no)

1. Konsumentens problem

1.1 Nyttemaksimeringsproblemet

Vi starter med en liten repetisjon. Betrakt to goder 1 og 2. Mer av et av godene gir større nytte enn mindre (selv om jeg hadde hatt 10 biler ville jeg aldri sagt nei takk hvis noen tilbød en bil til gratis). Altså er nytten $U(x_1, x_2)$ voksende i mengden av gode 1 og gode 2. Analytisk skriver vi dette som $U_1(x_1, x_2) > 0$ og $U_2(x_1, x_2) > 0$ der $U_1(x_1, x_2)$ er den deriverte av nyttefunksjonen med hensyn på x_1, det vil si mengden av gode 1, og tilsvarende for gode 2. Med andre ord ønsker konsumentene å maksimere konsummengden x_1 og x_2. Imidlertid er det ikke mulig med et uendelig stort konsumnivå fordi samlede konsumutgifter $p_1x_1 + p_2x_2$ må finansieres med inntekten m. Dette leder frem til konsumentenes nyttemaksimeringsproblem, som, gitt den uformelle diskusjonen vi har hatt så langt, kan presenteres som:

Maksimer nytten $U(x_1, x_2)$ med hensyn på x_1 og x_2, gitt budsjettrestriksjonen $p_1x_1 + p_2x_2 \leq m$ (1)

Vi skal se på to måter å løse dette problemet. Den første er ved hjelp av grafisk fremstilling og argumentasjon. Den andre er analytisk ved hjelp av den såkalte Lagrangefunksjonen.

2. Grafisk løsningsmetode

2.1 Budsjettlinjen og indifferenskurver

Handlingsrommet for konsum kan illustreres grafisk med en budsjettlinje. Budsjettlinjen (for en gitt m) viser alle de godekombinasjonene et individ kan finansiere hvis han bruker opp hele inntekten slik at inntekter er lik utgifter. Dette betyr at følgende likhet må holde på budsjettlinjen:

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m \tag{2}$$

Siden konsumenten foretrekker mer konsum heller enn mindre vil han ønske å bruke opp hele budsjettet. Derfor konkluderer vi at løsningen på problemet gitt i (1) må oppfylle (2). Når vi skal tegne budsjettlinjen i en figur er det hensiktsmessig å først løse ut likning (2) med hensyn på x_2:

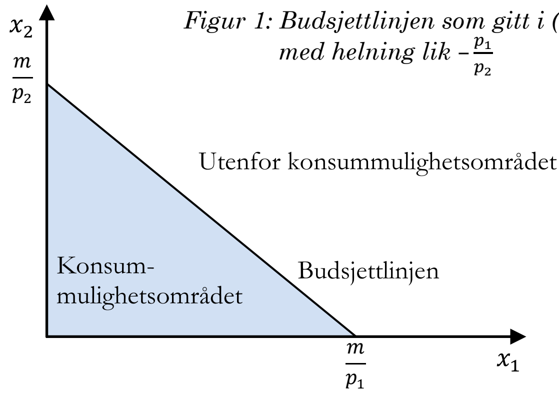
$$p_1x_1 + p_2x_2 = m$$

$\Rightarrow \quad p_2 x_2 = m - p_1 x_1$

$\Rightarrow \quad x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1$ (3)

Merk at (3) uttrykker nøyaktig den samme budsjettlinjen som (2). La oss illustrere (3) i en figur der vi som vanlig noterer verdien på x_1 langs x-aksen og verdien på x_2 langs y-aksen:

Figur 1: Budsjettlinjen som gitt i (3) med helning lik $-\frac{p_1}{p_2}$



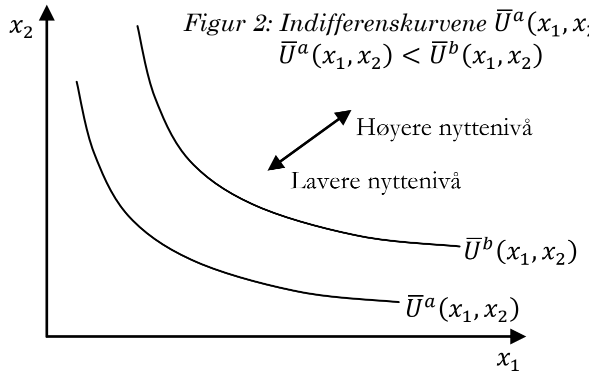
Godekombinasjoner utenfor mulighetsområdet (området over og til høyre for budsjettlinjen) er for kostbare for konsumenten på grunn av budsjettbetingelsen. Han kan imidlertid velge fritt blant alle godekombinasjonene innenfor mulighetsområdet (det fargede området under og til venstre for budsjettlinjen). Neste steg er å innføre såkalte indifferenskurver. En indifferenskurve består av alle godekombinasjoner som gir samme nytte for konsumenten (slik at han er indifferent mellom disse godekombinasjonene). Dermed uttrykker helningen på indifferenskurven hvor mye mer av det ene godet som nøyaktig kompenserer for tapet av én enhet av det andre godet. Gitt et konstant nyttenivå $\bar{U}(x_1, x_2)$ finner vi helningen på indifferenskurven ved å totaldifferensiere nyttefunksjonen, og deretter løse ut med hensyn på $-\frac{U_1(x_1,x_2)}{U_2(x_1,x_2)}$:

$dU(x_1, x_2) = U_1(x_1, x_2)dx_1 + U_2(x_1, x_2)dx_2 = 0$

$\Rightarrow \quad U_2(x_1, x_2)dx_2 = -U_1(x_1, x_2)dx_1$

$\Rightarrow \quad \frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{U_1(x_1,x_2)}{U_2(x_1,x_2)} = -MSB$ (4)

$MSB = \frac{U_1(x_1,x_2)}{U_2(x_1,x_2)}$ er den marginale substitusjonsbrøken. La oss skissere indifferenskurvene for to gitte nyttenivåer $\bar{U}^a(x_1, x_2)$ og $\bar{U}^b(x_1, x_2)$ i en figur:

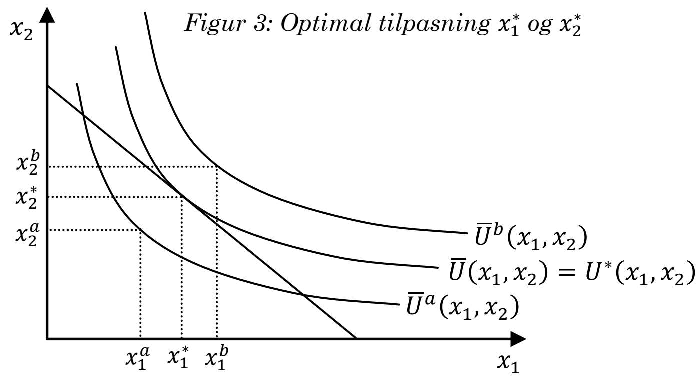


Figur 2: Indifferenskurvene $\bar{U}^a(x_1, x_2)$ og $\bar{U}^b(x_1, x_2)$ der $\bar{U}^a(x_1, x_2) < \bar{U}^b(x_1, x_2)$

Enhver godekombinasjon på $\bar{U}^b(x_1, x_2)$-kurven gir den samme nytten, nemlig $\bar{U}^b(x_1, x_2)$. Tilsvarende gir også enhver godekombinasjon på $\bar{U}^a(x_1, x_2)$-kurven nytten $\bar{U}^a(x_1, x_2)$. I figur 2 er nyttenivået $\bar{U}^b(x_1, x_2)$ høyere enn nyttenivået $\bar{U}^a(x_1, x_2)$.

2.2 Grafisk løsning

Den grafiske løsningen på nyttemaksimeringsproblemet finner vi ved å presentere informasjonen fra figur 1 og figur 2 i samme figur, der vi noterer løsningen som (x_1^*, x_2^*).



Figur 3: Optimal tilpasning x_1^* og x_2^*

La oss resonnere oss frem til den optimale allokeringen (x_1^*, x_2^*): Alle allokeringer på indifferenskurven $\bar{U}^a(x_1, x_2)$, inkludert kombinasjonen (x_1^a, x_2^a), gir mindre nytte enn $U^*(x_1, x_2)$ fordi nytten øker når man beveger seg opp og til høyre i figur 3. Siden konsumenten kan finansiere både (x_1^a, x_2^a) og (x_1^*, x_2^*), men sistnevnte gir høyere nyttenivå, vil konsumenten velge (x_1^*, x_2^*) fremfor (x_1^a, x_2^a). Mer generelt vil konsumenten, siden han bruker opp hele budsjettet, velge en allokering et sted på budsjettlinjen. Hva med indifferenskurven $\bar{U}^b(x_1, x_2)$? Alle allokeringer på denne indifferenskurven, inkludert kombinasjonen (x_1^b, x_2^b), gi mer nytte enn $U^*(x_1, x_2)$. Imidlertid ligger samtlige allokeringer på $\bar{U}^b(x_1, x_2)$-kurven utenfor mulighetsområdet (de koster mer enn konsumenten kan finansiere). Dermed er ingen av disse godekombinasjonene oppnåelige for konsumenten, heller ikke (x_1^b, x_2^b). Oppsummert gir altså allokeringen (x_1^*, x_2^*) det høyeste nyttenivået (der $U^*(x_1, x_2)$ representerer tallstørrelsen) konsumenten kan oppnå gitt budsjettbetingelsen. Løsningen på nyttemaksimeringsproblemet er derfor (x_1^*, x_2^*), punktet i figur 3 hvor budsjettbetingelsen og indifferenskurven tangerer. Her er helningen til budsjettlinjen lik helningen til indifferenskurven. Fra (3) ser vi at helningen til budsjettlinjen er $-\frac{p_1}{p_2}$. Fra (4) ser vi at helningen til indifferenskurven er lik $-\frac{U_1(x_1,x_2)}{U_2(x_1,x_2)}$. Ergo må følgende likhet holde for den optimale godeallokeringen (x_1^*, x_2^*):

$$MSB = \frac{U_1(x_1,x_2)}{U_2(x_1,x_2)} = \frac{p_1}{p_2} \tag{5}$$

I ord: Den marginale substitusjonsbrøken er lik prisforholdet mellom de to godene 1 og 2. Vi kan oppsummere den grafiske løsningen på problemet gitt i (1) slik:

1. Den optimale allokeringen ligger på budsjettlinjen.
2. Den optimale allokeringen er slik at helningen på indifferenskurven er lik helningen på budsjettlinjen.

3. Analytisk løsningsmetode

3.1 Lagrangefunksjonen og førsteordensbetingelsen

Nå skal vi studere hvordan løsningen på konsumentens nyttemaksimeringsproblem som gitt i (1) kan utledes analytisk. Utgangspunktet er den såkalte Lagrangefunksjonen, $\mathcal{L}(x_1, x_2, \lambda)$, en funksjon som har svært bred anvendelse i økonomifaget. Lagrangefunksjonen består av to ledd. Det første leddet er det vi ønsker å maksimere i problemet (1), nemlig nyttefunksjonen $U(x_1, x_2)$. Det andre leddet består av en (foreløpig) ukjent tallverdi λ og betingelsen vi må forholde oss til i problemet (1), nemlig budsjettbetingelsen. Lagrangefunksjonen ser slik ut:

$$\mathcal{L}(x_1, x_2, \lambda) = U(x_1, x_2) - \lambda[p_1 x_1 + p_2 x_2 - m] \tag{6}$$

Den analytiske metoden for å finne løsningen på problemet gitt i (1) inneholder to trinn:

1. Deriver Lagrangefunksjonen med hensyn på henholdsvis x_1, x_2, λ, og sett hver av de tre løsningene lik null. Dette gir tre likninger. Løsningen på nyttemaksimeringsproblemet må oppfylle disse likningene.
2. Løs det tre likningene for x_1 og x_2.

La oss nå følge denne oppskriften. Først deriverer vi Lagrangefunksjonen (6) med hensyn på x_1, x_2 og λ, og setter løsningene lik null:

$$x_1: \frac{\partial \mathcal{L}(x_1,x_2,\lambda)}{\partial x_1} = U_1(x_1,x_2) - \lambda p_1 = 0 \tag{7}$$

$$x_2: \frac{\partial \mathcal{L}(x_1,x_2,\lambda)}{\partial x_2} = U_2(x_1,x_2) - \lambda p_2 = 0 \tag{8}$$

$$\lambda: \frac{\partial \mathcal{L}(x_1,x_2,\lambda)}{\partial \lambda} = -p_1x_1 - p_2x_2 + m = 0 \tag{9}$$

Hvis vi løser likning (9) for inntekten m får vi:

$$m = p_1x_1 + p_2x_2 \tag{10}$$

Likning (10) sier at inntekter er lik konsumutgifter slik at løsningen må ligge et sted på budsjettlinjen. Dette er nettopp den konklusjonen vi trakk da vi utledet den grafiske løsningen i tidligere. Hvis vi flytter λp_1 over på høyresiden i likning (7) og λp_2 over på høyresiden i (8) får vi følgende to likninger:

$$U_1(x_1,x_2) = \lambda p_1$$
$$U_2(x_1,x_2) = \lambda p_2$$

Hvis vi deler den første likningen på den andre (der $MSB = \frac{U_1(x_1,x_2)}{U_2(x_1,x_2)}$ er den marginale substitusjonsbrøken som tidligere) får vi følgende resultat:

$$MSB = \frac{U_1(x_1,x_2)}{U_2(x_1,x_2)} = \frac{p_1}{p_2} \tag{11}$$

Likning (11) er den samme som likning (5). Ergo må helningen på indifferenskurven være lik helningen på budsjettlinjen også her. Samlet sett har vi altså vist at løsningen på problemet gitt i (1) er identisk enten vi bruker den grafiske eller den analytiske metoden. Får å utføre det andre trinnet i den analytiske løsningsmetoden kreves det at nyttefunksjonen er spesifisert. Dette er fordi vi trenger eksakte uttrykk for $U_1(x_1,x_2)$ og $U_2(x_1,x_2)$ for å kunne løse ut likningssettet for x_1^* og x_2^*, den optimale godekombinasjonen. Vi skal komme tilbake til dette straks.

3.2 Etterspørselsfunksjonen på generell form

Av de tre likningene (7), (8) og (9) ser vi at løsningen (x_1^*, x_2^*) vil avhenge av prisene p_1 og p_2, samt av inntekten m. Siden x_1^* og x_2^* er de optimale mengdene av godene 1 og 2, vil også disse representere konsumentens etterspørsel etter godene. Vi kan altså postulere følgende, der etterspørselen etter gode 1 noteres som d_1 og etterspørselen etter gode 2 noteres som d_2:

$$x_1^* = d_1(p_1, p_2, m)$$
$$x_2^* = d_2(p_1, p_2, m)$$

I ord: Etterspørselen etter de to godene er en funksjon av priser og inntekt.

3.3 Spesifiserte etterspørselsfunksjoner

La oss karakterisere løsningen på nyttemaksimeringsproblemet når nyttefunksjonen er gitt ved:

$$U(x_1, x_2) = x_1 x_2 \tag{12}$$

Da er den deriverte av nyttefunksjonen med hensyn på henholdsvis x_1 og x_2 lik:

$$U_1(x_1, x_2) = \frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_1} = x_2$$
$$U_2(x_1, x_2) = \frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_2} = x_1$$

Dermed er den marginale substitusjonsbrøken som gitt i (11) lik:

$$MSB = \frac{U_1(x_1, x_2)}{U_2(x_1, x_2)} = \frac{p_1}{p_2}$$
$$\Rightarrow \quad \frac{x_2}{x_1} = \frac{p_1}{p_2} \tag{13}$$

Hvis vi multipliserer begge sider med x_1 får vi:

$$x_2 = \frac{p_1}{p_2} x_1$$

Sett dette uttrykket for x_2 inn i budsjettbetingelsen (10) og løs deretter ut for x_1:

$$m = p_1 x_1 + p_2 x_2$$
$$\Rightarrow \quad m = p_1 x_1 + p_2 \frac{p_1}{p_2} x_1$$
$$\Rightarrow \quad m = 2 p_1 x_1$$
$$\Rightarrow \quad x_1^* = d_1(p_1, p_2, m) = \frac{m}{2p_1} \tag{14}$$

Dette er den optimale etterspørselen etter gode 1 når nyttefunksjonen er spesifisert som i (12). Da gjenstår det bare å finne den optimale etterspørselen etter gode 2. Denne finner vi ved å sette (14) inn i (13) og deretter løse ut for x_2:

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{p_1}{p_2}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{x_2}{\frac{m}{2p_1}} = \frac{p_1}{p_2}$$

$$\Rightarrow \quad x_2 = \frac{p_1}{p_2}\frac{m}{2p_1}$$

$$\Rightarrow \quad x_2^* = d_2(p_1, p_2, m) = \frac{m}{2p_2} \tag{15}$$

Av løsningene (14) og (15) ser vi at etterspørselen etter hvert enkelt gode er stigende i inntekten m. Dette virker rimelig. Har man høy inntekt kan man finansiere et stort forbruk, og konsumetterspørselen er da også stor. Vi ser også at etterspørselen etter det enkelte gode er fallende i dets egen pris. Også dette gir mening. Når en vare er kostbar har man råd til færre enheter, og etterspørselen blir dermed liten. Merk at etterspørselen etter gode 1 ikke avhenger av prisen på gode 2 i dette tilfellet. Tilsvarende avhenger heller ikke etterspørselen etter gode 2 av prisen på gode 1. Dette resultatet holder ikke generelt (men skyldes at vi har å gjøre med en Cobb-Douglas nyttefunksjon). Den neste nyttefunksjonen vi skal se på illustrerer at prisen på et gode kan påvirke etterspørselen etter andre goder. Betrakt følgende kvasilineære nyttefunksjon:

$$U(x_1, x_2) = 2x_1^{0.5} + x_2 \tag{16}$$

Den deriverte av nyttefunksjonen med hensyn på henholdsvis x_1 og x_2 er:

$$U_1(x_1, x_2) = \frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_1} = x_1^{0.5-1} = x_1^{-0.5}$$

$$U_2(x_1, x_2) = \frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_2} = 1$$

Dermed er den marginale substitusjonsbrøken som gitt i (11) lik:

$$MSB = \frac{U_1(x_1, x_2)}{U_2(x_1, x_2)} = \frac{p_1}{p_2}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{x_1^{-0.5}}{1} = x_1^{-0.5} = \frac{p_1}{p_2} \tag{17}$$

Hvis vi opphøyer begge sider i minus to får vi:

$$(x_1^{-0.5})^{-2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{-2}$$

$$\Rightarrow \quad x_1^{(-0.5)(-2)} = x_1 = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{-2}$$

$$\Rightarrow \quad x_1^* = d_1(p_1, p_2, m) = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2 \tag{18}$$

Sett denne løsningen inn i budsjettbetingelsen (10) og løs deretter ut for x_2:

$$m = p_1x_1 + p_2x_2$$

$$\Rightarrow \quad m = p_1\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2 + p_2x_2$$

$$\Rightarrow \quad m = \frac{p_2^2}{p_1} + p_2x_2$$

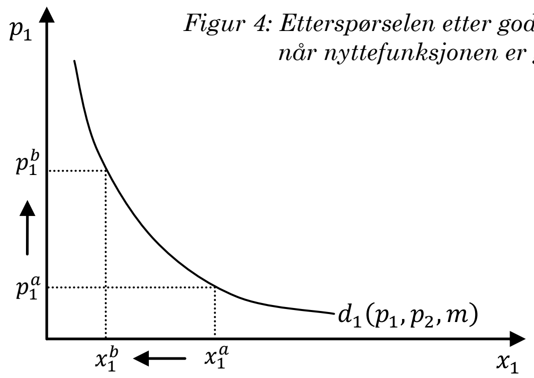
$$\Rightarrow \quad m - \frac{p_2^2}{p_1} = p_2x_2$$

$$\Rightarrow \quad x_2 = \frac{m - \frac{p_2^2}{p_1}}{p_2} = \frac{m}{p_2} - \frac{p_2^2}{p_1p_2}$$

$$\Rightarrow \quad x_2^* = d_2(p_1, p_2, m) = \frac{m}{p_2} - \frac{p_2}{p_1} \tag{19}$$

Med nyttefunksjonen som er spesifisert i (16) er altså den optimale allokeringen gitt ved (18) og (19). Fra (18) ser vi at etterspørselen etter gode 1 er fallende i p_1, mens etterspørselen etter gode 2 er fallende i p_2. Intuisjonen er som tidligere (lav etterspørsel etter dyre varer). Vi ser også at etterspørselen etter gode 1 er stigende i prisen på gode 2 mens etterspørselen på gode 2 er stigende i prisen på gode 1. Intuisjonen er enkel: Når gode 2 (gode 1) har høy pris er det mer å tjene på et lavt forbruk av denne varen, og heller ha et høyere forbruk av gode 1 (gode 2). Hvis kaffe er dyrt kan det være hensiktsmessig å drikke mindre kaffe og mer te. Til slutt er det verdt å merke seg at de utledede etterspørselsfunksjonene kan presenteres grafisk. Hvis vi for eksempel løser ut (14) for p_1 får vi (den inverse) etterspørselsfunksjonen $p_1 = \frac{m}{2x_1}$. La oss holde inntektsnivået m fast, og skissere etterspørselen i en figur:

Figur 4: Etterspørselen etter gode 1 (som funksjon av egenprisen) når nyttefunksjonen er gitt som i (12)



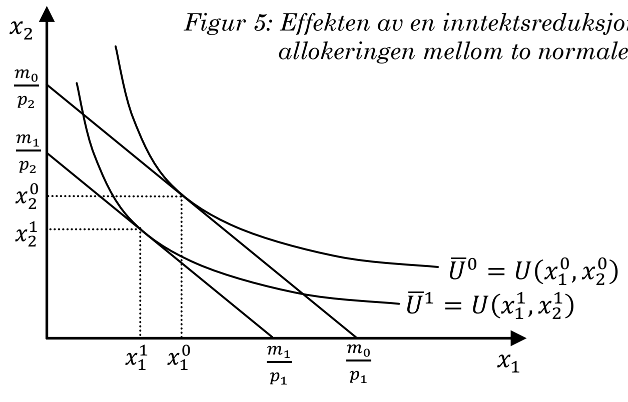
Figur 4 illustrerer tydelig at etterspørselsfunksjonen for gode 1 er fallende. Hvis for eksempel prisen øker fra p_1^a til p_1^b, reduseres etterspørselen fra x_1^a til x_1^b.

4. Inntektsendringer

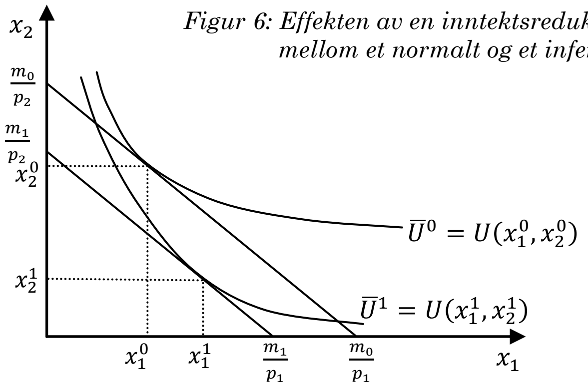
4.1 Effekten av en inntektsendring på konsum

Inntektsendringer påvirker muligheten konsumentene har til å velge forskjellige godekombinasjoner. Desto lavere (høyere) inntekt m, desto mindre (mer) konsum kan finansieres, og desto mindre (større) blir derfor konsummulighetsområdet (området under og til venstre for budsjettlinjen). La oss illustrere en inntektsreduksjon grafisk. Anta at konsumentens inntekt reduseres fra m_0 til m_1. Fra likning (3), $x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1$, ser vi da at skjæringspunktet til budsjettlinjen på x_2-aksen reduseres fra $\frac{m_0}{p_2}$ til $\frac{m_1}{p_2}$. Samtidig ser vi at stigningstallet $-\frac{p_1}{p_2}$ er uendret fordi prisene er som før. Dermed vil inntektsreduksjonen vises som et parallelt skift i budsjettlinjen til venstre. Så lenge godene er normale (vi kommer straks tilbake til forskjellen på normale og inferiøre goder) vil effekten være at etterspørselen etter begge godene går ned. Dette er illustrert i figur 5:

Figur 5: Effekten av en inntektsreduksjon for allokeringen mellom to normale goder

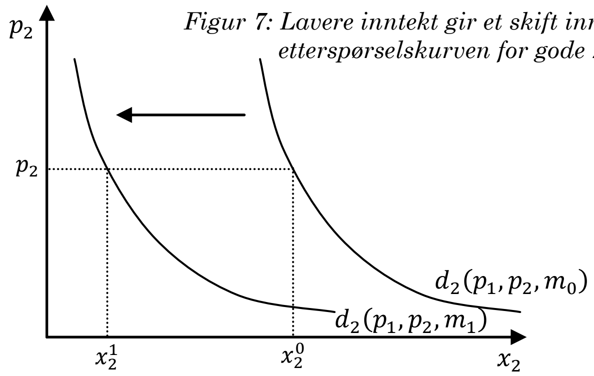


Redusert etterspørsel etter et normalt gode på grunn av lavere inntekt innebærer at inntekt og etterspørsel beveger seg i samme retning. Rent analytisk observerer vi dette ved at den deriverte av etterspørselsfunksjonen med hensyn på inntekt er positiv, altså at $\frac{\partial x_1^*}{\partial m} > 0$ og $\frac{\partial x_2^*}{\partial m} > 0$. Merk at inntektsreduksjonen fører til lavere nytte får konsumenten. Dette skyldes selvfølgelig at han konsumerer mindre av både gode 1 og gode 2. Selv om inntektsreduksjonen medfører mindre konsum av begge godene i eksemplet over, er det ikke alltid slik. Etterspørselen etter visse goder vil faktisk øke når inntekten faller. Vi kaller slike goder for inferiøre. For eksempel kan vi tenke oss at studenter som mister studielånet blir nødt til å legge om matvanene og spise mer nudler i stedet for dyrere mat. Et tilfelle der gode 1 er inferiørt og gode 2 er normalt vises i figur 6:



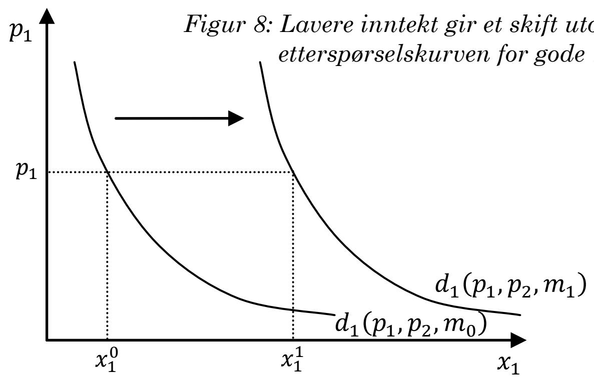
Figur 6: Effekten av en inntektsreduksjon for allokeringen mellom et normalt og et inferiørt gode

I figur 6 er $\frac{\partial x_1^*}{\partial m} < 0$, det vil si at etterspørselen etter gode 1 beveger seg i motsatt retning av inntekten. Merk at også her reduseres nytten til konsumenten. La oss også illustrere inntektsreduksjonen med et normalt og et inferiørt gode ved hjelp av etterspørselsfunksjonene. Siden etterspørselen og inntekten beveger seg i samme retning for normale goder innebærer dette at etterspørselskurven skifter innover for gode 2 (prisen p_2 er uendret):



Figur 7: Lavere inntekt gir et skift innover i etterspørselskurven for gode 2

For gode 1 derimot, skifter etterspørselskurven utover fordi dette godet er inferiørt:



Figur 8: Lavere inntekt gir et skift utover i etterspørselskurven for gode 1

Effekten på etterspørselen etter gode 1 og gode 2 av en inntektsendring i de to tilfellene med spesifiserte nyttefunksjoner vi studerte tidligere er som følger: For Cobb-Douglas-nyttefunksjonen gitt i (12), med tilhørende etterspørselsfunksjoner gitt i (14) og (15):

$$x_1^* = \frac{m}{2p_1}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial x_1^*}{\partial m} = \frac{1}{2p_1} > 0 \tag{20}$$

$$x_2^* = \frac{m}{2p_2}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial x_2^*}{\partial m} = \frac{1}{2p_2} > 0 \tag{21}$$

Begge etterspørselsfunksjonene avhenger positivt av inntekten. Dermed går etterspørselen ned når inntekten reduseres. For den kvasilineære nyttefunksjonen gitt i (16), med tilhørende etterspørselsfunksjoner gitt i (18) og (19):

$$x_1^* = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial x_1^*}{\partial m} = 0 \tag{22}$$

$$x_2^* = \frac{m}{p_2} - \frac{p_2}{p_1}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial x_1^*}{\partial m} = \frac{1}{p_2} > 0 \tag{23}$$

Her etterspørselen etter gode 1 uavhengig av inntekten mens etterspørselen etter gode 2 går ned når inntekten reduseres.

4.2 Inntektselastisitet

Hvor stor er egentlig effekten på etterspørselen av en gitt inntektsendring? Her er det nyttig å innføre begrepet inntektselastisitet. Inntektselastisiteten til et gode måler den prosentvise endringen i etterspørselen når inntekten endres med 1%. Hvis vi generelt noterer inntektselastisiteten som ε_m, og inntektselastisiteten til gode 1 som ε_{m1}, er altså sistnevnte uttrykt som:

$$\varepsilon_{m1} = \frac{\frac{dx_1^*}{x_1^*}}{\frac{dm}{m}} = \frac{dx_1^*}{dm}\frac{m}{x_1^*} \tag{24}$$

Siden etterspørselen etter normale goder avhenger positivt av inntekten er inntektselastisiteten for slike goder positiv, $\varepsilon_m > 0$. Siden etterspørselen etter inferiøre goder avhenger negativt av inntekten er inntektselastisiteten for slike goder negativ, $\varepsilon_m > 0$. Hva er inntektselastisiteten når nyttefunksjonen er gitt som i (12)? Svaret finner vi ved å sette (20) og (14) inn i (24) for gode 1, og (21) og (15) inn i (24) for gode 2:

Gode 1: $$\varepsilon_{m1} = \frac{dx_1^*}{dm}\frac{m}{x_1^*} = \frac{1}{2p_1}\frac{m}{\frac{m}{2p_1}} = \frac{2p_1}{2p_1}\frac{m}{m} = 1 \qquad (25)$$

Gode 2: $$\varepsilon_{m2} = \frac{dx_2^*}{dm}\frac{m}{x_2^*} = \frac{1}{2p_2}\frac{m}{\frac{m}{2p_2}} = \frac{2p_2}{2p_2}\frac{m}{m} = 1 \qquad (26)$$

Hva er inntektselastisiteten når nyttefunksjonen er gitt som i (16)? Svaret finner vi ved å sette (22) og (18) inn i (24) for gode 1, og (23) og (19) inn i (24) for gode 2:

Gode 1: $$\varepsilon_{m1} = \frac{dx_1^*}{dm}\frac{m}{x_1^*} = 0\frac{m}{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2} = 0 \qquad (27)$$

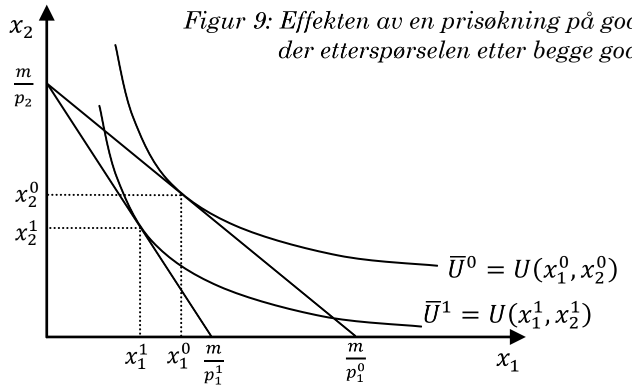
Gode 2: $$\varepsilon_{m2} = \frac{dx_2^*}{dm}\frac{m}{x_2^*} = \frac{1}{p_2}\frac{m}{\frac{m}{p_2}-\frac{p_2}{p_1}} = \frac{\frac{m}{p_2}}{\frac{m}{p_2}-\frac{p_2}{p_1}} > 1 \qquad (28)$$

Siden gode 1 ikke avhenger av inntekten i tilfellet med kvasilineær nyttefunksjon, er inntektselastisiteten for dette gode selvfølgelig lik null.

5. Prisendringer

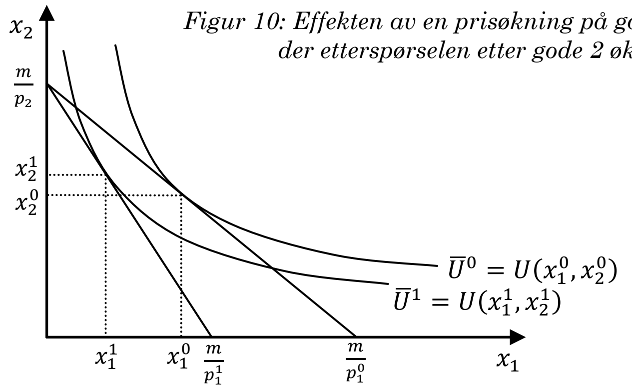
5.1 Effekten av en prisendring på konsum

Også prisendringer påvirker konsummulighetsområdet til konsumentene. Desto lavere (høyere) pris p_1 på gode 1 relativt til inntekten m, desto mer (mindre) konsum av dette godet kan finansieres, og desto større (mindre) blir derfor konsummulighetsområdet langs x_1-aksen. (tilsvarende for gode 2 i forhold til en endring i prisen p_2). Stigningstallet til budsjettlinjen er som kjent $-\frac{p_1}{p_2}$. Derfor blir budsjettlinjen brattere når kun gode 1 øker i pris. Tolkningen er selvsagt at bytteforholdet mellom godene endrer seg slik at gode 1 blir dyrere i forhold til gode 2, sammenlignet med situasjonen før prisøkningen. La oss illustrere en prisendring grafisk. Anta at prisen på gode 1 øker fra p_0 til p_1. Fra likning (3) ser vi da at stigningstallet til budsjettlinjen endres fra $-\frac{p_1^0}{p_2}$ til $-\frac{p_1^1}{p_2}$. Dermed reduseres skjæringspunktet til budsjettlinjen på x_1-aksen fra $\frac{m}{p_1^0}$ til $\frac{m}{p_1^1}$. Samtidig ser vi at skjæringspunktet på x_2-aksen er uendret. Se illustrasjon i figur 9:



Figur 9: Effekten av en prisøkning på gode 1 fra p_1^0 til p_1^1 der etterspørselen etter begge goder reduseres

I figur 9 har vi et tilfelle der prisøkningen på gode 1 fører til lavere konsum av begge godene. Dette er imidlertid ikke alltid tilfelle. Siden prisøkning på gode 1 innebærer at gode 2 blir relativt billigere innebærer dette isolert sett at etterspørselen etter gode 2 skulle gå opp når p_1 øker. Figur 10 viser en situasjon der prisøkningen på gode 1 fører til økt etterspørsel etter gode 2:



Figur 10: Effekten av en prisøkning på gode 1 fra p_1^0 til p_1^1 der etterspørselen etter gode 2 øker

Hvorvidt etterspørselen på gode 2 går opp (slik som i figur 10) eller ned (slik som i figur 9) når p_1 øker vil avhenge av hva slags gode vi har å gjøre med. Vi skal snart komme tilbake til dette. Nettoeffekten på etterspørselen etter de to godene av en prisøkning på gode 1 finner vi enkelt ved å derivere etterspørselsfunksjonene $x_1^* = d_1(p_1, p_2, m)$ og $x_2^* = d_2(p_1, p_2, m)$ med hensyn på p_1. La oss gjøre dette for etterspørselsfunksjonene (14) og (15) utledet fra nyttefunksjonen (12):

$$x_1^* = \frac{m}{2p_1}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial x_1^*}{\partial p_1} = -\frac{m}{2p_1^2} < 0 \tag{29}$$

$$x_2^* = \frac{m}{2p_2}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial x_2^*}{\partial p_1} = 0 \tag{30}$$

Merk at etterspørselen etter gode 2 er uendret når gode 1 endrer pris. Dette er fordi etterspørselen er utledet fra en Cobb-Douglas nyttefunksjon. Tilsvarende finner vi etterspørselseffektene av en prisøkning på gode 1 når etterspørselsfunksjonene er gitt i (18) og (19), altså utledet av den kvasilineære nyttefunksjonen i (16):

$$x_1^* = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial x_1^*}{\partial p_1} = 2\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{2-1}\left(-\frac{p_2}{p_1^2}\right) = -2\frac{p_2}{p_1}\frac{p_2}{p_1^2} = -2\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2\frac{1}{p_1} < 0 \tag{31}$$

$$x_2^* = \frac{m}{p_2} - \frac{p_2}{p_1}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial x_2^*}{\partial p_1} = \frac{p_2}{p_1^2} = \frac{p_2}{p_1}\frac{1}{p_1} > 0 \tag{32}$$

I dette tilfellet ser vi at etterspørselen etter gode 2 går opp når prisen på gode 1 øker, altså slik som vi tegnet i figur 10. Snart skal vi se nærmere på hva som skal til for at etterspørselen etter et gode øker når prisen på andre goder øker. Først skal vi imidlertid etablere begrepet priselastisitet, der vi skiller mellom egenpriselastisiteten og krysspriselastisiteten.

5.2 Priselastisitet

Hvor stor er egentlig effekten av en prisendring på etterspørselen etter godene? Vi kan svare på dette spørsmålet ved hjelp av begrepet priselastisitet. Priselastisiteten, notert som ε_p, uttrykker den prosentvise endringen i etterspørselen etter et gode når en pris endres med 1%. Egenpriselastisiteten er priselastisiteten til et gode når prisen som endres er prisen på nettopp dette godet. Krysspriselastisiteten er priselastisiteten til et gode når prisen som endres er prisen på et annet gode. For eksempel er egenpriselastisiteten til gode 1 gitt ved:

$$\varepsilon_{p_1 1} = \frac{\frac{dx_1^*}{x_1^*}}{\frac{dp_1}{p_1}} = \frac{dx_1^*}{dp_1}\frac{p_1}{x_1^*} \tag{33}$$

Vi finner tilsvarende egenpriselastisitet for gode to ved å bytte ut fotskriften 1 med 2. Krysspriselastisiteten til gode 2 når prisen til gode 1 endres er gitt ved:

$$\varepsilon_{p_1 2} = \frac{\frac{dx_2^*}{x_2^*}}{\frac{dp_1}{p_1}} = \frac{dx_2^*}{dp_1}\frac{p_1}{x_2^*} \tag{34}$$

La oss igjen se på eksempelfunksjonene våre. For etterspørselsfunksjonene som er utledet av Cobb-Douglas-nyttefunksjonen får vi følgende egenpris- og krysspriselastisitet for gode 1:

$x_1^* = \frac{m}{2p_1}$

Egenpriselastisitet: $$\varepsilon_{p_1 1} = \frac{dx_1^*}{dp_1}\frac{p_1}{x_1^*} = -\frac{m}{2p_1^2}\frac{p_1}{\frac{m}{2p_1}} = -1 \qquad (35)$$

Krysspriselastisitet: $$\varepsilon_{p_2 1} = \frac{dx_1^*}{dp_2}\frac{p_2}{x_1^*} = 0\frac{p_2}{\frac{m}{2p_1}} = 0 \qquad (36)$$

I ord: Når prisen på gode 1 øker med 1%, reduseres etterspørselen etter gode 1 med 1%, mens etterspørselen etter gode 2 er uendret (den endres med 0%). For etterspørselsfunksjonene som er utledet av den kvasilineære nyttefunksjonen får vi følgende egenpris- og krysspriselastisitet for gode 1:

$x_1^* = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2$

Egenpriselastisitet: $$\varepsilon_{p_1 1} = \frac{dx_1^*}{dp_1}\frac{p_1}{x_1^*} = -2\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2\frac{1}{p_1}\frac{p_1}{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2} = -2 \qquad (37)$$

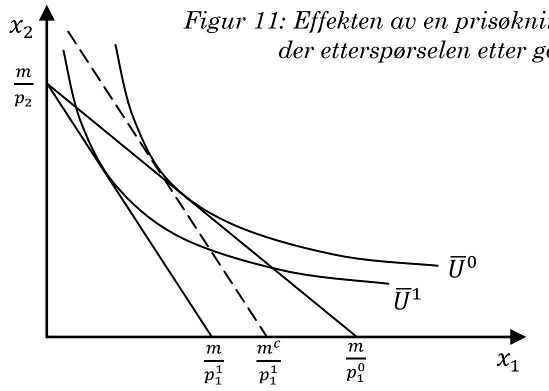
Krysspriselastisitet: $$\varepsilon_{p_2 1} = \frac{dx_1^*}{dp_2}\frac{p_2}{x_1^*} = 2\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{2-1}\frac{1}{p_1}\frac{p_2}{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2} = 2 \qquad (38)$$

I ord: Når prisen på gode 1 øker med 1%, reduseres etterspørselen etter gode 1 med 2% (altså er effekten av en prisøkning på gode 1 dobbelt så stor sammenlignet med tilfellet utledet fra Cobb-Douglas nyttefunksjonen). Etterspørselen etter gode 2 derimot øker med 2%.

5.3 Inntektskompensasjon

Vi har sett at nyttenivået til konsumenten reduseres når prisen på et gode øker. Dette er illustrert i figur 9 og figur 10, der den nye tilpasningen er på en indifferenskurve $\overline{U}^1$ som har lavere nyttenivå enn indifferenskurven før prisøkningen, $\overline{U}^0$. Et betimelig spørsmål er hvilken inntektsøkning vi kunne gitt konsumenten i kompensasjon for denne nyttereduksjonen. Nå skal vi studere nettopp dette spørsmålet. Anta at prisen på gode 1 øker fra p_1^0 til p_1^1 akkurat slik som før. La oss tegne inn figur 10 på nytt, men nå legger vi til en tenkt budsjettlinje som:

- Har stigningstallet $-\frac{p_1^1}{p_2}$, det vil si samme stigningstall som budsjettlinjen etter prisøkningen på gode 1.
- Tangerer indifferenskurven $\overline{U}^0$, det vil si den indifferenskurven som determinerte konsumentens tilpasning før prisøkningen på gode 1.



Figur 11: Effekten av en prisøkning på gode 1 fra p_1^0 til p_1^1 der etterspørselen etter gode 2 øker

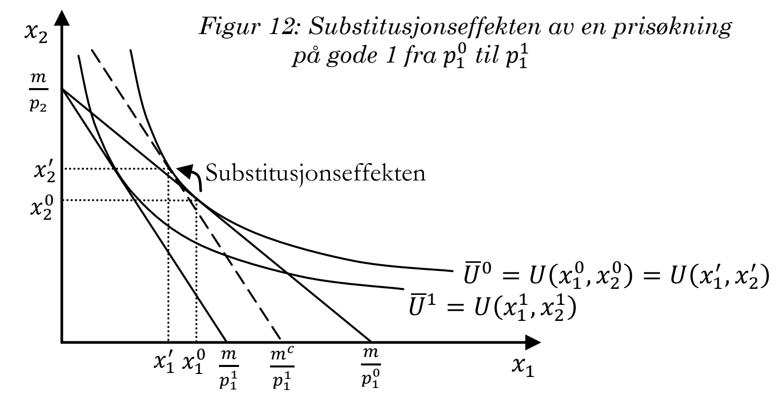
Den tenkte budsjettlinjen som skjærer x_1-aksen på $\frac{m^c}{p_1^1}$ tar høyde for at det relative prisforholdet etter prisøkningen er $\frac{p_1^1}{p_2}$, samtidig som ville gitt konsumenten nytten $\bar{U}^0$, altså nytten før prisendringen fant sted. Inntektsøkningen som kompenserer for prisøkningen på gode 1 fra p_1^0 til p_1^1 er dermed $m^c - m$. Med andre ord vil konsumenten være indifferent mellom en situasjon der prisene på godene er henholdsvis p_1^0 og p_2, og inntekten er m, og en situasjon der prisene på godene er henholdsvis p_1^1 og p_2, og inntekten er m^c.

5.4 Substitusjons- og inntektseffekten

Nå skal vi endelig se nærmere på hvilke effekter som spiller inn på etterspørselen etter de to godene ved en prisøkning. Så snart vi har forklart disse kan vi også diskutere hva som skal til for at nettoetterspørselen etter gode 2 skal øke (slik som i figur 10), alternativt gå ned (slik som i figur 9), når prisen på gode 1 går opp. Vi kan skille mellom to effekter av en prisøkning på gode 1:

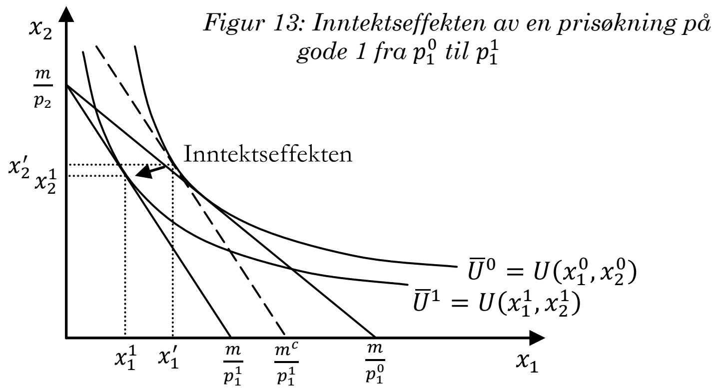
- Inntektseffekten: Når prisen på et gode (her gode 1) stiger innebærer dette at kjøpekraften går ned (for en gitt verdi på m) fordi enhver godesammensetning (x_1, x_2) blir dyrere enn før. Isolert sett gir inntektseffekten lavere etterspørsel. Eksempel: Når prisen på kaffe går opp innebærer inntektseffekten at enhver kombinasjon av kaffe- og te-konsum blir dyrere. Dette gir lavere kjøpekraft og dermed mindre kjøp av både kaffe og te.
- Substitusjonseffekten: Når prisen på et gode (her gode 1) stiger innebærer dette at andre goder (her gode 2) blir relativt billigere sammenlignet med godet som ble dyrere. Isolert sett gir substitusjonseffekten lavere etterspørsel etter godet som økte i pris, men samtidig økt etterspørsel etter andre goder. Eksempel: Hvis prisen på kaffe går opp blir te relativt billigere sammenlignet med kaffe. Dermed velger konsumenter å kjøpe mer te og mindre kaffe.

Merk at inntektseffekten av en prisøkning på gode 1 gir lavere etterspørsel etter begge goder. Substitusjonseffekten derimot gir lavere etterspørsel etter gode 1, men høyere etterspørsel etter gode 2. Derfor vil nettoeffekten på etterspørselen etter gode 2 avhenge av hvorvidt inntekts- eller substitusjonseffekten dominerer for dette godet. I figur 9 reduseres etterspørselen etter begge godene. Dermed er inntektseffekten sterkere enn substitusjonseffekten i dette tilfellet. I figur 10 øker etterspørselen etter gode 2. Dermed er substitusjonseffekten sterkere enn inntektseffekten i dette tilfellet. Hvordan kan vi presentere inntekts- og substitusjonseffekten grafisk? Vi har allerede utledet en grafisk presentasjon av inntektskompensasjonen som skal til for at konsumenten skal være indifferent mellom de nye og gamle prisene. Tilpasningen hans med inntekten m^c vil kun avvike fra den initielle tilpasningen på grunn av endringen i prisforholdet fra $\frac{p_1^0}{p_2}$ til $\frac{p_1^1}{p_2}$. Se illustrasjonen i figur 12:



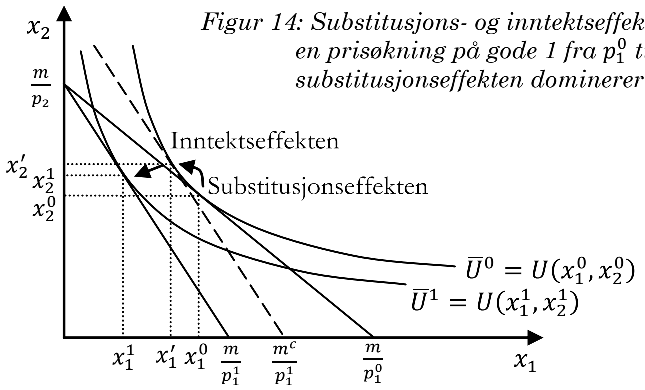
Figur 12: Substitusjonseffekten av en prisøkning på gode 1 fra p_1^0 til p_1^1

Tilpasningen (x_1', x_2') ville blitt valgt av konsumenten dersom prisene på de to godene hadde vært henholdsvis p_1^1og p_2, og han hadde hatt inntekten m^c. Siden denne tilpasningen gir nøyaktig samme nytte som den med priskombinasjonen (p_1^0, p_2) og inntekten m, tilskrives forskjellen i de to allokeringene (x_1, x_2) og (x_1', x_2') substitusjonseffekten. Hva med inntektseffekten? Se illustrasjonen i figur (13):



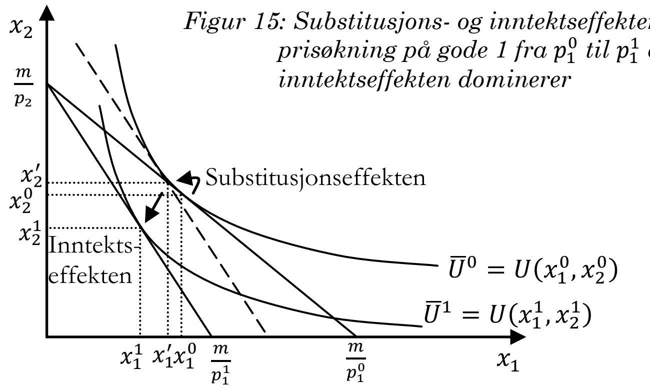
Figur 13: Inntektseffekten av en prisøkning på gode 1 fra p_1^0 til p_1^1

Den eneste forskjellen mellom tilpasningen (x_1', x_2') og (x_1^1, x_2^1) er inntekten, prisforholdet mellom de to godene er den samme. Dermed tilskrives bevegelsen fra (x_1', x_2') til (x_1^1, x_2^1) inntektseffekten. Dekomponeringen av nettoeffekten på etterspørselen etter gode 1 og gode 2 når prisen på gode 1 øker kan for ordens skyld kombineres i samme figur. Figur 14 viser både substitusjons- og inntektseffekten:



Figur 14: Substitusjons- og inntektseffekten av en prisøkning på gode 1 fra p_1^0 til p_1^1 der substitusjonseffekten dominerer

Det kan være lurt å minne om hva slags situasjon vi faktisk ser på i figur 14. Utgangspunktet var en prisøkning på gode 1, nærmere bestemt den prisøkningen vi tegnet i figur 10. Både figur 11, 12, 13 og 14 viser denne eksakte prisøkningen, og både goder og preferanser er nøyaktig de samme i alle disse figurene. Forskjellen er imidlertid at vi har fokusert på forskjellige aspekter ved prisendringen. Figur 11 viser inntektskompensasjonen som skal til for at konsumenten skal være indifferent mellom situasjonen før og etter prisøkningen. Figur 12 viser substitusjonseffekten på etterspørselen etter de to godene av prisøkningen. Figur 13 viser inntektseffekten på etterspørselen etter de to godene. Figur 14 setter det hele sammen. Merk at nettoeffekten på etterspørselen i figur 14 er identisk med den i figur 10, nemlig en reduksjon i etterspørselen etter gode 1 fra x_1^0 til x_1^1, og en økning i etterspørselen etter gode 2 fra x_2^0 til x_2^1. Noe annet ville vært merkelig siden vi studerer ett og samme tilfelle. Merk at mens inntektseffekten reduserer etterspørselen etter begge godene, øker substitusjonseffekten etterspørselen etter gode 2. Slik som vi har tegnet det hele i figur 14 er substitusjonseffekten sterkere enn inntektseffekten for gode 2, slik at etterspørselen etter dette godet faktisk øker. I figur 9 så vi på et tilfelle der inntektseffekten dominerte. La oss tegne inn substitusjons- og inntektseffekten også i dette tilfellet:



Figur 15: Substitusjons- og inntektseffekten av en prisøkning på gode 1 fra p_1^0 til p_1^1 der inntektseffekten dominerer

Her ser vi at inntektseffekten er sterkest, slik at etterspørselen etter gode 2 faktisk går ned. Merk at nettoeffekten på etterspørselen etter et gode er summen av substitusjons- og inntektseffekten. Hvilke av effektene som dominerer vil generelt avhenge av hvorvidt godene er normale eller inferiøre. Vi kan oppsummere substitusjons- og inntektseffekten ved å skille mellom følgende situasjoner (der vi fortsatt ser hva som skjer når p_1 øker):

- Dersom gode 1 er et normalt gode vil både substitusjons- og inntektseffekten gi lavere etterspørsel etter dette godet. Nettoeffekten på etterspørselen etter gode 1 er følgelig negativ.
- Dersom gode 1 er et inferiørt gode vil substitusjonseffekten gi lavere etterspørsel etter dette godet, mens inntektseffekten trekker etterspørselen opp. Nettoeffekten på etterspørselen etter gode 1 vil følgelig avhenge av hvilken effekt som er sterkest.
- Dersom gode 2 er et normalt gode vil substitusjonseffekten gi høyere etterspørsel etter dette godet, mens inntektseffekten trekker etterspørselen ned. Nettoeffekten på etterspørselen etter gode 2 vil følgelig avhenge av hvilken effekt som er sterkest.
- Dersom gode 2 er et inferiørt gode vil både substitusjons- og inntektseffekten gi høyere etterspørsel etter dette godet. Nettoeffekten på etterspørselen etter gode 1 er følgelig positiv.

6. Oppgaver

Betrakt en konsument som ønsker å kjøpe to goder 1 og 2. Anta at prisen på de to godene er henholdsvis $p_1 = 10$ og $p_2 = 5$, og at inntekten er $m = 100$.

a. Sett opp budsjettrestriksjonen når inntekter er lik utgifter, og tegn inn budsjettlinjen i et (x_1, x_2)-diagram. Marker hvor denne skjærer henholdsvis x_1-aksen og x_2-aksen. Hva er stigningstallet til budsjettlinjen?

Anta at nyttefunksjonen er spesifisert som $U(x_1, x_2) = x_1 x_2$.

b. For et gitt nyttenivå, si $\bar{U} = 40$, beregn hva x_2 må være når x_1 er henholdsvis $2, 5, 10, 20$. Tegn inn indifferenskurven til $\bar{U} = 40$ i en figur og merk hvor på figuren disse punktene befinner seg. Hva er stigningstallet til indifferenskurven dersom $x_1 = 2$ og $x_2 = 20$?

Vi skal nå trene på å løse konsumentens nyttemaksimeringsproblem.

c. Sett opp Lagrangefunksjonen.

d. Kalkuler førsteordensbetingelsene og den marginale substitusjonsbrøken MSB.

e. Finn den optimale etterspørselen etter henholdsvis gode 1 og 2, det vil si x_1^* og x_2^*.

f. Hva er nytten til konsumenten når han har tilpasset seg optimalt?

g. Er godekombinasjonen $x_1 = 6$ og $x_2 = 2$:
   1) foretrukket fremfor (x_1^*, x_2^*)?
   2) oppnåelig?

h. Er godekombinasjonen $x_1 = 7$ og $x_2 = 8$:
   1) foretrukket fremfor (x_1^*, x_2^*)?
   2) oppnåelig?

Anta at inntekten øker til fra $m_0 = 100$ til $m_1 = 120$.

i. Finn optimal etterspørsel etter gode 1 og gode 2 i dette tilfellet. Hva er inntektselastisiteten? Hvorfor er godene normale goder?

Inntekten er fortsatt $m_1 = 120$, men nå synker prisen på gode 2 til $p_2^1 = 4$.

j. Finn optimal etterspørsel etter gode 1 og gode 2 i dette tilfellet.

k. Tolk nettoeffekten på etterspørselen etter de to godene av at prisen på gode 2 ble redusert. Virker inntekts- eller substitusjonseffekten sterkest på etterspørselen etter gode 1?

Vennligst ta kontakt via e-post hvis du sliter med å løse oppgavene. Lykke til på eksamen!

Mvh Drago